

# Höhere Technische Mechanik

## Teil 2

**Klausur vom 11. März 1999**  
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

<b>Name :</b>	<b>Matr.- Nr. :</b>
---------------	---------------------

### Hinweise:

Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.

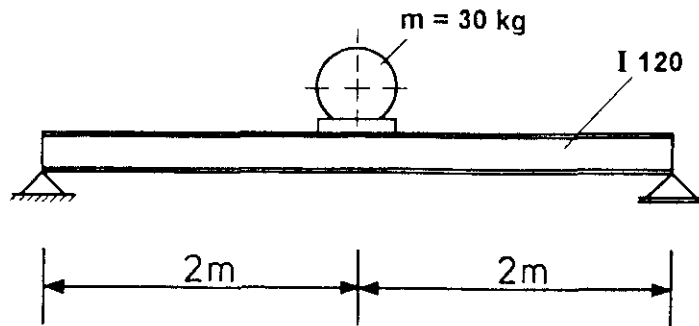
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigelegten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

Aufgabe	1	2	2	Gesamt
Punkte	15	7	9	31
erreicht				

### Aufgabe 1

Der dargestellte Stahlträger wird in der Mitte durch einen Motor belastet, dessen Rotor eine Unwucht  $m_u \cdot r_u = 6 \text{ kg} \cdot \text{mm}$  besitzt. Die Gesamtmasse des Motors beträgt  $m = 30 \text{ kg}$ .

$\Downarrow g = 9,81 \text{ m/s}^2$



Träger I 120

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$I_y = 328 \text{ cm}^4$$

$$W_{by} = 54,7 \text{ cm}^3$$

$$\rho = 11,1 \text{ kg/m}$$

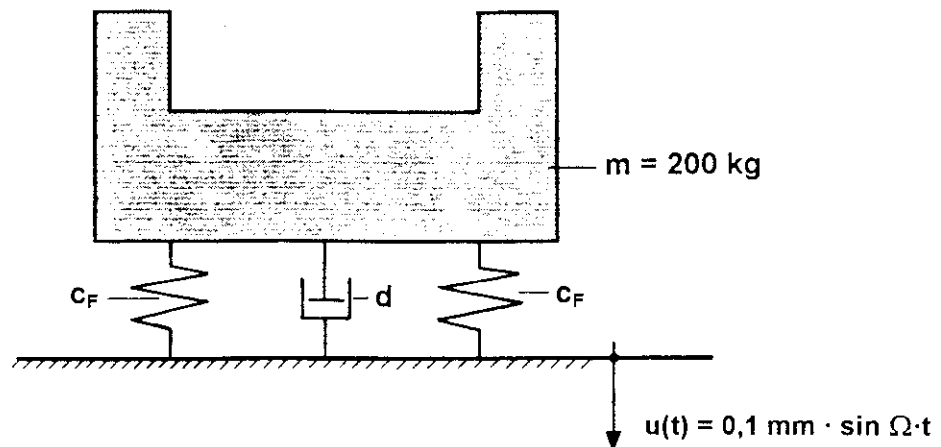
Dämpfungseinflüsse können vernachlässigt werden

- 1) Unter Berücksichtigung der Trägermasse bestimme man diejenige Drehzahl des Motors, bei der das Schwingungssystem in Resonanz gerät.
- 2) Welcher Drehzahlbereich muß vermieden werden, wenn die Schwingungsamplitude nicht größer als 1mm werden darf?
- 3) Ermitteln Sie die größte Biegespannung im Träger, wenn die Maschine mit der Betriebsdrehzahl  $n = 1200 \text{ min}^{-1}$  läuft. Eigengewichtsanteile sind dabei zu berücksichtigen.

## Aufgabe 2

Eine Feinbearbeitungsmaschine mit der Masse  $m = 200 \text{ kg}$  soll in einer Industriehalle aufgestellt werden. Durch die Unwucht eines benachbarten Motors, der mit einer konstanten Drehzahl  $n = 1300 \text{ min}^{-1}$  läuft, wird der Boden am Aufstellungsort mit der zugehörigen Frequenz  $\Omega$  in vertikaler Richtung harmonisch angeregt. Die Schwingungsamplitude beträgt  $0,1 \text{ mm}$ . Zur Schwingungsisolierung soll die Feinbearbeitungsmaschine auf vier Federn gelagert werden, die je eine Federsteifigkeit von  $c_F = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$  besitzen. Zusätzlich soll mittig unter der Maschine ein viskoser Dämpfer angeordnet werden.

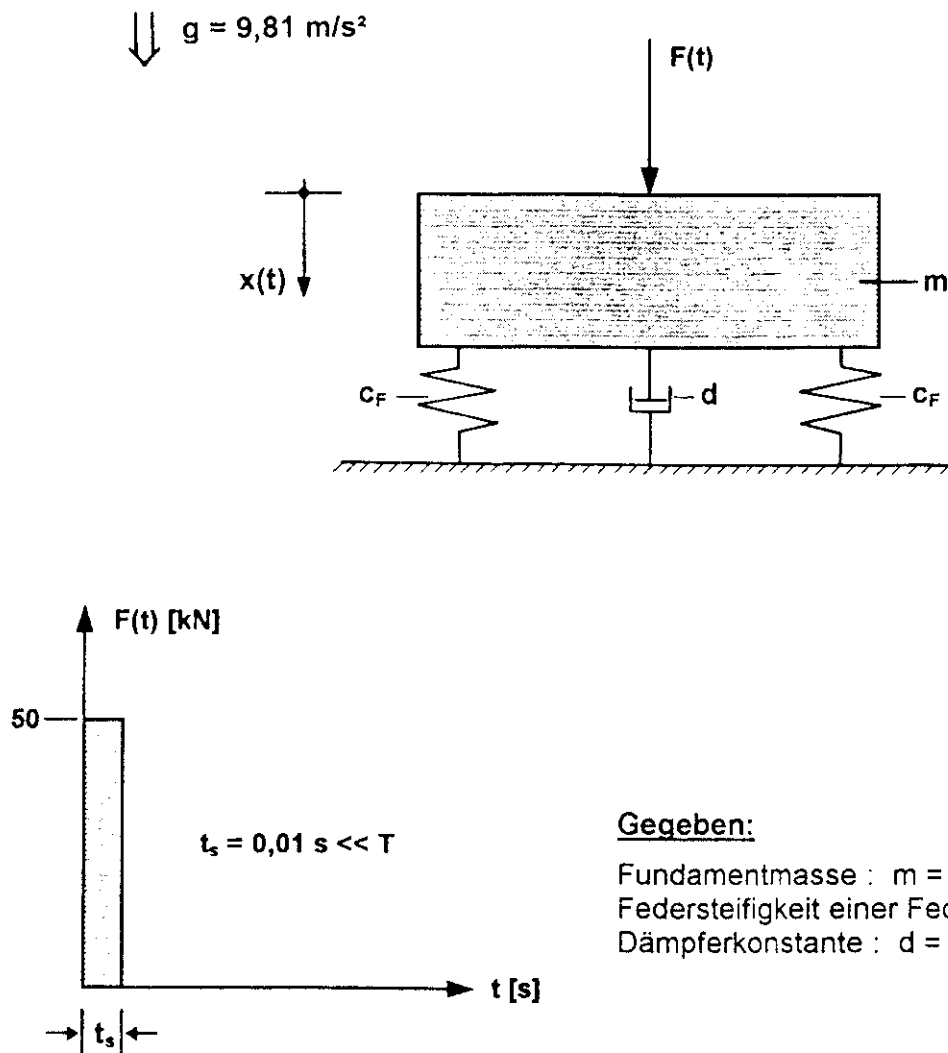
$\Downarrow g = 9,81 \text{ m/s}^2$



Wie muß die Dämpferkonstante  $d$  gewählt werden, damit die Schwingungsamplitude der Feinbearbeitungsmaschine unter  $0,04 \text{ mm}$  bleibt?

### Aufgabe 3

Der dargestellte Fundamentblock, der auf vier Federn und einem viskosen Dämpfer gelagert ist, wird zur Zeit  $t = 0$  durch den abgebildeten Rechteckimpuls in vertikaler Richtung angeregt.



#### Gegeben:

Fundamentmasse :  $m = 500 \text{ kg}$

Federsteifigkeit einer Feder :  $c_F = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}$

Dämpferkonstante :  $d = 5000 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

- 1) Bestimmen Sie das Ort-Zeit-Gesetz  $x(t)$  der vertikalen Schwingung des Fundamentes.
- 2) Ermitteln Sie die maximale Federkraft  $F_{\max} = c_F \cdot x_{\max}$ . Zu welchem Zeitpunkt tritt sie auf ?

# 1) Resonanzfrequenz

$$\Omega = \omega_0$$

$$m_{\text{ers}} = m + \frac{17}{35} \cdot m_B = 30 \text{ kg} + \frac{17}{35} \cdot 11,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 51,57 \text{ kg}$$

$$c = \frac{3 \cdot E \cdot I_y \cdot l}{a^2 \cdot b^2} = \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 328 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \cdot 4000 \text{ mm}}{(2000 \text{ mm})^2 \cdot (2000 \text{ mm})^2}$$

$$c = 516,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\omega_0 = \Omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{516,6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{51,57 \text{ kg}}} = 100,09 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{\text{res}} = \frac{100,09 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot \pi} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 955,8 \text{ min}^{-1}$$

## 2) $w_{\text{max}} < 1 \text{ mm}$

$$w_{\text{max}} = V_2(\eta, 0) \cdot \frac{m_u \cdot r_u}{m_{\text{ges}}} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}} \cdot \frac{m_u \cdot r_u}{m_{\text{ges}}} \leq 1 \text{ mm}$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}} \cdot \frac{6 \text{ kg} \cdot \text{mm}}{51,57 \text{ kg}} = 1 \text{ mm} \quad (\text{Grenzfall})$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}} = 8,595$$

$$\frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2} = 8,595^2$$

$$\eta^4 = 8,595^2 \cdot (1-\eta^2)^2 = 8,595^2 \cdot (1 - 2\eta^2 + \eta^4)$$

$$72,874 \cdot \eta^4 - 147,748 \cdot \eta^2 + 73,874 = 0$$

$$\eta^4 - 2,0274 \cdot \eta^2 + 1,0137 = 0$$

$$\xi^2 - 2,0274 \cdot \xi + 1,0137 = 0$$

$$\xi_{1/2} = 1,0137 \pm \sqrt{(1,0137)^2 - 1,0137}$$

$$\xi_1 = 1,0137 + 0,1178 = 1,1315$$

$$\xi_2 = 1,0137 - 0,1178 = 0,8959$$

$$\eta_u = 0,9465 \Rightarrow n_u = 0,9465 \cdot \frac{100,09 \text{ s}^{-1}}{2\pi} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 904,7 \text{ min}^{-1}$$

$$\eta_o = 1,0637 \Rightarrow n_o = 1,0637 \cdot \frac{100,09 \text{ s}^{-1}}{2\pi} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 1016,7 \text{ min}^{-1}$$

zu vermeidender Bereich:

$$904,7 \text{ min}^{-1} < n < 1016,7 \text{ min}^{-1}$$

### 3) Maximale Spannung

$$n = 1200 \text{ min}^{-1} \Rightarrow \Omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60} = 2\pi \cdot \frac{1200 \text{ min}^{-1}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 125,66 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta = \frac{125,66 \text{ s}^{-1}}{100,09 \text{ s}^{-1}} = 1,255$$

$$W = \frac{1,255^2}{\sqrt{(1-1,255^2)^2}} \cdot \frac{6 \text{ kg} \cdot \text{mm}}{51,57 \text{ kg}} = 0,3187 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{r} = 516,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 0,3187 \text{ mm} = 164,64 \text{ N}$$

$$F_G = 51,57 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 505,9 \text{ N}$$

$$F_{\text{ges}} = 164,64 \text{ N} + 505,9 \text{ N} = 670,54 \text{ N}$$

$$\max M_b = 670,54 \text{ N} \cdot \frac{4 \text{ m}}{4} = 670,54 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{b\max} = \frac{M_b}{W_{by}} = \frac{670,54 \cdot 100 \text{ N} \cdot \text{cm}}{54,7 \text{ cm}^3} = 1226 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 12,26 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$n = 1300 \text{ min}^{-1}$$

$$\Omega_M = \frac{2\pi \cdot 1300 \text{ min}^{-1}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 136,14 \text{ s}^{-1}$$

$$C_{\text{ges}} = 4 \cdot C_F = 4 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{200 \text{ kg}}} = 70,71 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta = \frac{136,14 \text{ s}^{-1}}{70,71 \text{ s}^{-1}} = 1,925$$

$$\frac{\dot{x}}{\dot{u}} = \frac{0,04 \text{ mm}}{0,1 \text{ mm}} = 0,4$$

$$\frac{\dot{x}}{\dot{u}} = 0,4 = V_3(1, \eta) = V_3(1,925, \eta)$$

$$\sqrt{\frac{1 + 4 \cdot \eta^2 \cdot 1,925^2}{(1 - 1,925^2)^2 + 4 \cdot \eta^2 \cdot 1,925^2}} = 0,4$$

$$\frac{1 + 14,8225 \cdot \eta^2}{7,3204 + 14,8225 \cdot \eta^2} = 0,4^2 = 0,16$$

$$1 + 14,8225 \cdot \eta^2 = 0,16 \cdot (7,3204 + 14,8225 \cdot \eta^2)$$

$$12,4509 \cdot \eta^2 = 1,1713 - 1$$

$$\eta = \sqrt{\frac{0,1713}{12,4509}} = 0,117$$

$$\eta \text{ muß } \leq 0,117 \text{ sein}$$

$$d = 2 \cdot \eta \cdot m \cdot \omega_0$$

$$d \leq 2 \cdot 0,117 \cdot 200 \text{ kg} \cdot 70,71 \text{ s}^{-1}$$

$$d \leq 3309,23 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$1) \omega_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{500 \text{ kg}}} = 48,99 \text{ s}^{-1}; T = \frac{2\pi}{48,99 \text{ s}^{-1}} = 0,128 \text{ s}$$

$$D = \frac{d}{2 \cdot m \cdot \omega_0} = \frac{5000 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot 500 \text{ kg} \cdot 48,99 \text{ s}^{-1}} = 0,102$$

$$\delta = D \cdot \omega_0 = 0,102 \cdot 48,99 \text{ s}^{-1} = 5 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} = 48,99 \text{ s}^{-1} \cdot \sqrt{1 - 0,102^2} = 48,73 \text{ s}^{-1}$$

$$V_0 = \frac{F_0 \cdot t_s}{m} = \frac{50000 \text{ N} \cdot 0,01 \text{ s}}{500 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x(t^*) = \frac{V_0}{\omega_d} \cdot e^{-\delta \cdot t^*} \cdot \sin \omega_d \cdot t^* = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{48,73 \text{ s}^{-1}} \cdot e^{-5 \text{ s}^{-1} \cdot t^*} \cdot \sin 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^*$$

$$x(t^*) = 0,0204 \text{ m} \cdot e^{-5 \text{ s}^{-1} \cdot t^*} \cdot \sin 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* \quad (t^* = t - t_s)$$

## 2) Maximale Federkraft

$$\begin{aligned} \dot{x}(t^*) &= 0,0204 \text{ m} \cdot (-5 \text{ s}^{-1}) \cdot e^{-5 \text{ s}^{-1} \cdot t^*} \cdot \sin 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* \\ &+ 0,0204 \text{ m} \cdot e^{-5 \text{ s}^{-1} \cdot t^*} \cdot 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot \cos 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* = 0 \end{aligned}$$

$$5 \text{ s}^{-1} \cdot \sin 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* = 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot \cos 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^*$$

$$\tan 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* = \frac{48,73 \text{ s}^{-1}}{5 \text{ s}^{-1}} = 9,746$$

$$48,73 \text{ s}^{-1} \cdot t^* = 1,4685$$

$$t^* = \frac{1,4685}{48,73 \text{ s}^{-1}} = 0,03 \text{ s}; t = t_s + t^* = 0,01 \text{ s} + 0,03 \text{ s} = 0,04 \text{ s}$$

$$x(0,03 \text{ s}) = 0,0204 \text{ m} \cdot e^{-5 \text{ s}^{-1} \cdot 0,03 \text{ s}} \cdot \sin 48,73 \text{ s}^{-1} \cdot 0,03 \text{ s}$$

$$x(0,03 \text{ s}) = 0,0174 \text{ m}$$

$$F_F = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,0174 \text{ m} + \frac{500 \text{ kg}}{4} \cdot \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4} = 6446,25 \text{ N}$$